

文章编号: 1000-8055(2001)03-0279-04

转子/静子干涉气动声学反问题研究

罗 俊, 李晓东

(北京航空航天大学 407教研室, 北京 100083)

摘要: 探讨了通过测量空间有限点声压来反演静叶表面压力分布的转子/静子干涉气动声学反问题。具体从线化欧拉方程出发, 将空间有限点的声压与静叶表面的非定常压力分布关联成第一类 Fredholm 积分方程的形式。鉴于问题的不适定, 本文采用奇异值分解与 Tikhonov 正则化解法相结合的最小二乘法进行求解, 并采用离散 Picard 条件进行可解性分析, 而最优正则化参数的选取则采用广义互校核方法。计算结果表明, 在信噪比不是很低的情况下, 反演是可行的。

关键词: 航空发动机; 转子/静子干涉; 气动声学反问题

中图分类号: O 422.5

文献标识码: A

1 引言

航空发动机转子/静子干涉噪声的预测和控制是气动声学中一个非常重要的研究方向。现有的转子/静子干涉噪声预测方法主要包括理论研究和数值模拟, 这些方法大都需要从实验或数值计算获得叶片表面的压力分布。虽然近年来计算流体力学发展迅速, 但实验测量仍然不可缺, 通常的做法是直接叶片表面布放压力传感器。然而这种传统的接触测量方法在应用于叶轮机时非常困难, 这主要是由于叶片在叶尖处非常薄, 并且有三维复杂形状, 这就使得实验的实施非常困难。而且这种测量方法对真实流场有干扰, 并且只能获得部分点的压力分布, 因此非常有必要发展非接触测量方法。

声源重建(通过声场反求声源)在声学中已经有很长的研究历史, 近年来由于非接触测量技术的不断需求, 在气动声学反问题的研究上已取得了显著进展^[1,2]。本文针对转子/静子干涉开展气动声学反问题研究, 探讨通过空间有限点的声压反演静叶表面压力分布的可行性。

2 问题的数学模型

本文采用的模型类似于 Goldstein 所发展的

基本模型^[3], 假设叶片轮毂比趋近于1, 这样叶片可以被简化成一系列平面叶栅, 如图1所示。

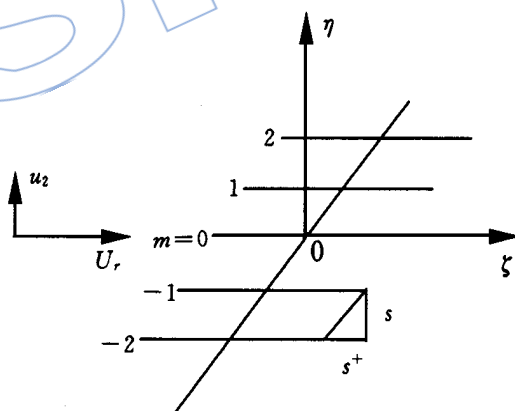


图1 叶栅形状

控制方程采用线化欧拉方程:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial p}{\partial \tau} + U_0 \frac{\partial p}{\partial \alpha_1} + \rho_0 \nabla \cdot u &= 0 \\ \rho_0 \left\{ \frac{\partial u_1}{\partial \tau} + U_0 \frac{\partial u_1}{\partial \alpha_1} \right\} + \frac{\partial p}{\partial \alpha_1} &= 0 \\ \rho_0 \left\{ \frac{\partial u_2}{\partial \tau} + U_0 \frac{\partial u_2}{\partial \alpha_1} \right\} + \frac{\partial p}{\partial \alpha_2} &= 0 \\ \rho_0 \left\{ \frac{\partial u_3}{\partial \tau} + U_0 \frac{\partial u_3}{\partial \alpha_1} \right\} + \frac{\partial p}{\partial \alpha_3} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

收稿日期: 2000- 08- 15; 修订日期: 2000- 09- 26

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(N SFC-59606003); 航空科学基金资助项目(A SFC-97C51102)

作者简介: 罗俊(1976-), 男, 北京航空航天大学407教研室硕士

经过一系列变换,可将叶片表面非定常压力及其辐射声场关联成第一类 Fredholm 积分方程的形式^[4,5]:

$$p^{\pm} = \sum_{n=m_1}^{m_2} p_n^{\pm} \quad (2)$$

式中: $p_n^{\pm}$ 代表未被截止的各阶模态所产生的声压, $p^{\pm}$ 为各点声压值, “+”、“-”分别表示声波向下游和上游传播。

3 反问题的分析与求解

在叶栅表面划分微元,将(2)式离散,并进一步抽象为矩阵的形式:

$$Ax = b \quad (3)$$

式中 x 表示叶栅表面的非定常压力分布, b 为观察点处的声压, A 为模型矩阵。经过引入奇异值分解及正则化解法可以得到^[6]:

$$x_{\text{reg}} = \sum_{i=1}^n \frac{u_i^T b}{\sigma_i^2 + \lambda^2} v_i \quad (4)$$

σ_i 为矩阵 A 的奇异值, u_i 和 v_i 分别为矩阵 A 的左右奇异向量, λ 为正则化参数。采用上述正则化解法必须满足离散 Picard 条件^[7],即模型矩阵的傅立叶系数 $u_i^T b$ 总体上比奇异值 σ_i 更快地趋近于零。

在上述正则化解法中,正则化参数的选择至关重要,好的正则化参数可以恰当地平衡扰动误差与正则化引起的解的误差,从而获得好的正则化解。本文采用广义互校核法进行正则化参数的选择,它的基本公式可以写为:

$$V(\lambda) = \frac{\|I - P(\lambda)\|^2}{\{\text{trace}[I - P(\lambda)]\}^2} \quad (5)$$

对于 Tikhonov 正则化来说:

$$P(\lambda) = A(A^T A + \lambda^2 I)^{-1} A^T \quad (6)$$

利用变换 $z = U^T b$, (6) 式可写为:

$$V(\lambda) = \frac{\|b\|^2 - \|z\|^2 + \sum_{i=1}^n \left[\frac{\lambda^2}{\sigma_i^2 + \lambda^2} \right]^2 z_i^2}{\left[m - n + \sum_{i=1}^n \frac{\lambda^2}{\sigma_i^2 + \lambda^2} \right]^2} \quad (7)$$

一旦 $P(\lambda)$ 的奇异值分解完成,就可以由上式确定 λ 的最优值,进一步又可以由(4)式算出相应的 x_0 。

4 算例及讨论

此算例参数如下:叶片间距弦长比为 3.8,叶片安装角为 0,叶片间相角为 π ,来流马赫数为 0.5。上游和下游观察点的数目分别为 10 和 7,叶栅表面划分微元数目为 30。为了模拟测量误差,在观测数据里加入无侧偏的高斯分布噪声:

$$[p]_m = [p]_d + e \quad (8)$$

$[p]_m$ 是模拟声压信号, $[p]_d$ 为精确声压, e 是平均值为零,协方差为 $\sigma_g^2 = I_m$ 的扰动向量,观测噪声的信噪比定义为:

$$\frac{S}{N} = \left[\frac{1}{m} \frac{\|[p]_d\|^2}{\sigma_g^2} \right]^{1/2} \quad (9)$$

计算采用如下步骤进行:

(1) 用文献[4]中的方法计算叶栅表面非定常压力分布;

(2) 由(2)式计算辐射声场;

(3) 将(2)中求解的辐射声场加上上述高斯分布噪声作为假想的测量数据,通过反问题求解重建叶栅表面的非定常压力分布。

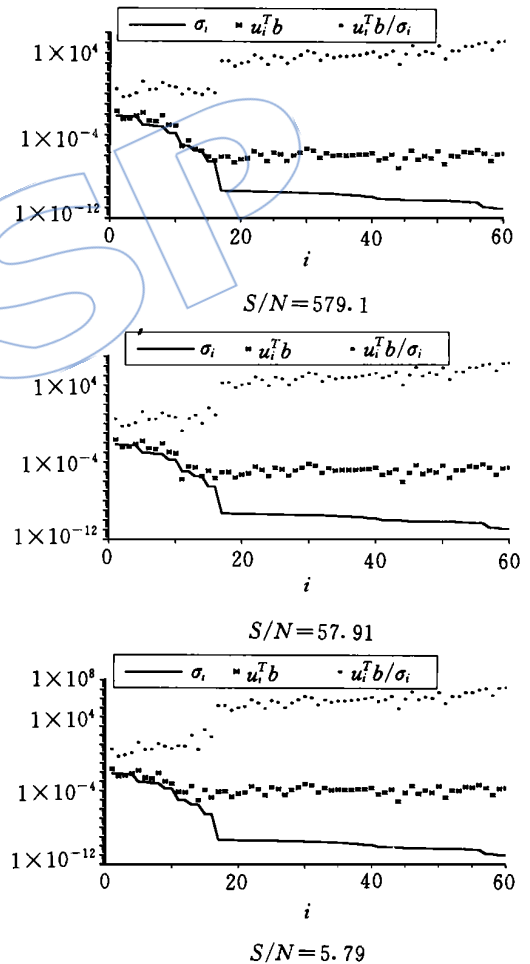


图2 离散 Picard 条件

图2为在不同信噪比下的离散 picard 条件,对于信噪比较大的情况($S/N = 579.1$),在奇异值曲线的左侧($i \leq 16$),傅立叶系数比奇异值更快地趋近于零,这说明离散 Picard 条件满足得较好,通过广义互校核法选择的正则化参数能够很好地平衡掉扰动误差,从而获得好的反演结果。随着信噪

比的降低, 观测数据逐渐被扰动误差所控制, 离散 Picard 条件的满足情况变得越来越恶劣, 反演效果也变得越来越差。

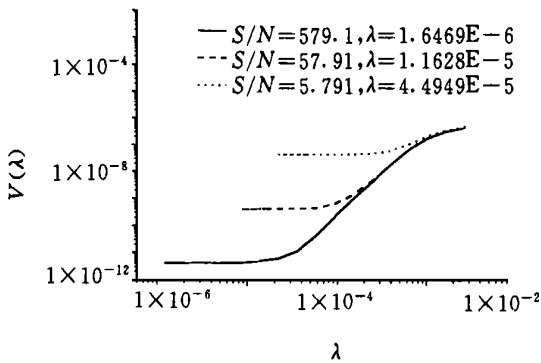


图3 广义互校核函数

图3为不同信噪比下的广义互校核函数。从图中可以明显看出通过该方法所选取的正规化参数随着信噪比的降低而增大, 这是因为随着扰动误差增大, 所引入的正规化参数必须越来越大, 这样才能恰当地平衡掉扰动误差。

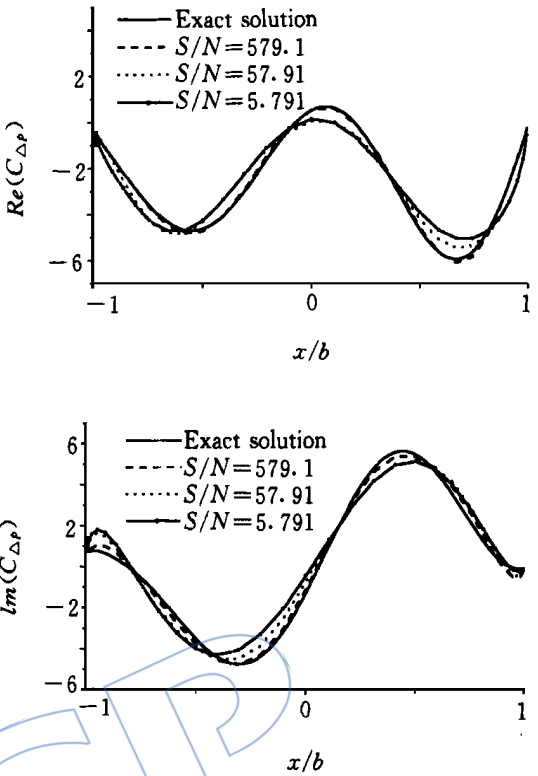


图4 不同信噪比下反演结果对比($k=10.0$)

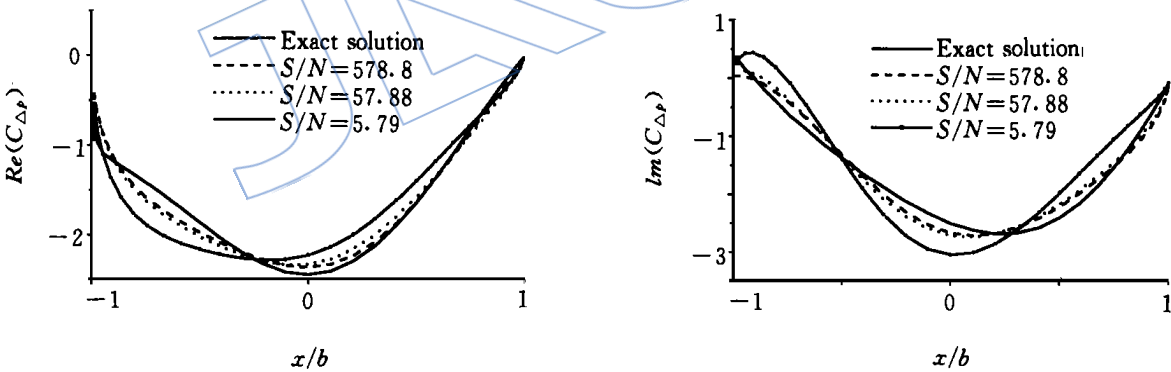


图5 不同信噪比下反演结果对比($k=5.0$)

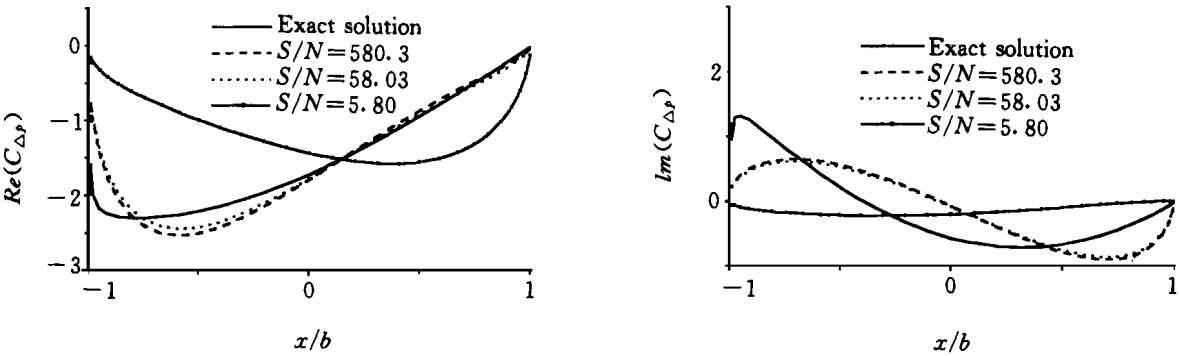


图6 不同信噪比下反演结果对比($k=1.0$)

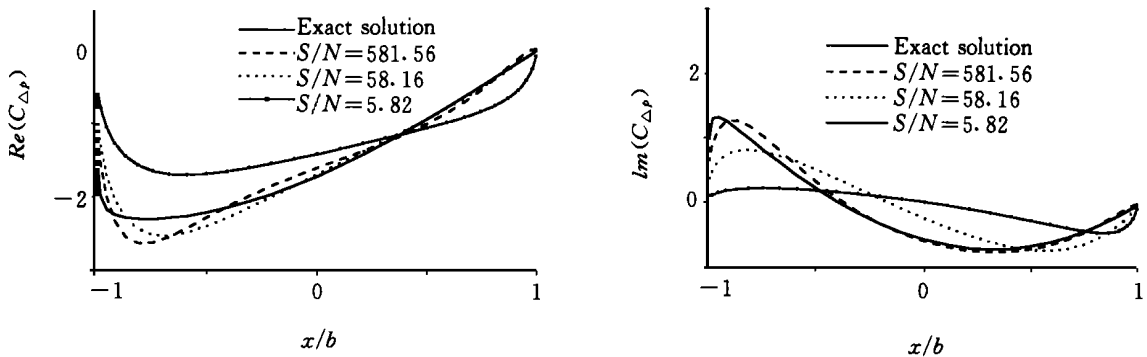


图7 不同信噪比下反演结果对比($k=1.0$), 近场取观察点

图4~图6为在不同折合频率下的反演结果, 其中 exact solution 代表文献[4]中的计算结果。可以看出在相同信噪比下, 由于低频情况下远场声信号包含所需反演的信息量不够, 反演结果比高频情况差。图7为从近场取观测点时所获反演结果。由于近场声信号包含了一些高频耗散波的信息, 虽然这些波很快衰减, 并且对远声场并无贡献, 但它们包含了更多的声源信息, 因此反演结果较远场情况好。

5 结 论

(1) 计算结果表明, 在信噪比不是很低的情况下, 反演结果和精确解重合较好, 证明本文数学物理模型及反演方法是可行的。

(2) 高频情况下的反演结果较低频情况好。

(3) 近场取观察点的反演结果较远场好。

参考文献

[1] Li X D, Zhou S. Spatial Transformation of the Discrete Sound

Field from a Propeller[J]. AIAA Journal, 1996, 34(6): 1097 - 1102

[2] Sheryl Patrick, Grace, Hafiz M. A tassi Inverse Aeroacoustic Problem for a Stream lined Body, Part 1: Basic Formulation [J]. AIAA Journal, 1996, 34(11): 2233- 2240

[3] Goldstein M E. Aeroacoustics[M]. McGraw-Hill International Book Company, 1976

[4] Sun X F, Hu Z A, Zhou S. Theoretical Investigation of Noise Generated by Swept Cascade[R]. AIAA 90- 3988, 1990

[5] 孙晓峰, 周盛. 气动声学[M]. 北京: 国防工业出版社, 1994

[6] 李晓东. 叶轮机气动力学中的一类新型反问题探索[D]. 北京航空航天大学, 1995

[7] Per Christian Hansen. The Discrete Picard Condition for Discrete Ill-Posed Problems[J]. BIT., 1990, 30(4): 658 - 672

(责任编辑 杨再荣)

An Inverse Aeroacoustic Problem on Rotor/Stator Interaction

LUO Jun, LI Xiao-dong

(4th Dept., Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

Abstract: An inverse aeroacoustic problem on rotor/stator interaction is investigated, which aims at reproduction of the unsteady pressure distributions on the stator blade according to the sound pressures at a limited number of points in space. On basis of the linearized Euler equation, the sound pressure is correlated with the unsteady pressure distributions on stator blade surface in the form of the Fredholm integral equation of the first kind. In order to solve this kind of typical ill-posed problem, the least square method, which combines singular value decomposition technique and Tikhonov regularization method, is used, and the discrete Picard condition is employed to analyze the ill-posed problem. The regularization parameter is chosen by Generalized Cross Validation method. The numerical results show that the reproductions are feasible on the conditions that the signal to noise ratio is not very low.

Key words: aircraft engines; rotor/stator interaction; inverse aeroacoustic problem